

“Chapter 5. Simplicity and transparency: keys to quantitative analysis” in Dunning, Thad. 2012. *Natural Experiments in the Social Sciences—A Design-Based Approach*. Cambridge University Press. Cambridge:UK. pp. 150–164

秦正樹 (関西大学)  
ソングェヒョン  
宋財 滋 (神戸大学)

## 1 ネイマンの因果モデル

- Neyman のモデル (Neyman-Holland-Rubin モデル)
  - ⇒ 単純 (simple)、明快 (transparent)、信用度 (credibility) の高いアプローチが可能に
- 潜在的結果 (potential outcome)
  1. 処置下の潜在的結果 ( $Y_i(1)$ ):  $i$  が処置を受けた時に得られたはずの結果
  2. 統制下の潜在的結果 ( $Y_i(0)$ ):  $i$  が処置を受けなかった時に得られたはずの結果

例 1  $Y_i(1)$ : 宋さんが昨日ラーメン二郎 (全増し) を食べた場合の今日の体重  
例 2  $Y_i(0)$ : 宋さんが昨日ラーメン二郎 (全増し) を食べなかった場合の今日の体重
- 単位因果効果(unit causal effect)
  - 上記の 1 から 2 を引いたもの ( $UCE_i = Y_i(1) - Y_i(0)$ )
  - 上の例だと、 $UCE_{\text{宋さん}}$  はラーメンが体重に与えた因果効果となる。
  - しかし、我々が観察できるのは一つのみ。宋さんが昨日ラーメンを食べてしまったら、昨日ラーメンを食べなかった場合の体重は分からない。

⇒ 因果推論の根本問題(fundamental problem of causal inference) (Holland 1986)
- 解決策
  - ドラえもん
  - 平均因果効果(Average Causal Effect; ACE)

### 1.1 平均因果効果

- (1) 全ての対象が処置を受けた時の結果の平均 ( $= E[Y(1)]$ )
  - (2) 全ての対象が処置を受けなかった時の結果の平均 ( $= E[Y(0)]$ )
    - $E[Y(1)] - E[Y(0)] =$  「処置」による「結果」の変化量  $=$  平均因果効果
- ⇒ UCE と同じ問題が... (同時に観察不可能)

### 1.2 平均因果効果の推定

- 無作為抽出 (random sampling) で解決

- 複数の分析単位を非復元無作為抽出<sup>1)</sup>し、一方は「処置」を行い、もう一方は「処置」を行わない。
  - 処置を受けたグループは処置 (treatment) 群
  - 処置を受けなかったグループは統制 (control) 群
- 処置群の結果の平均値 – 統制群の結果の平均値 = 平均因果効果
- 処置—統制群の割当が無作為で割り当てられると上記の式から得られた平均因果効果は不偏推定量 (unbiased estimator)<sup>2)</sup>

### 1.3 例: アルゼンチンにおける土地の所有権と子供の健康

- 第 1 章 2 節参照 (pp. 10–12)

### 1.4 Neyman モデルの仮定

#### 1. 非干渉性(noninterference) (Cox 1958) or STUVA<sup>3)</sup>(Rubin 1978)

- あるユニット ( $i$ ) が処置を受けることが、他のユニット ( $j$ ) の結果変数に影響を与えてはいけな

例 ラーメン二郎 (全増し) を食べる宋さんの隣でこんにやくを食べていた秦さんが二郎の香ばしい匂いで食欲が高まる (夜中にこっそり焼きそばを食べるかも ...)

#### 2. 除外制約(exclusion restriction)

- 結果変数の変化は処置のみから影響を受ける。

## 2 回帰不連続設計のデザイン

- 前提: 処置を受けるか否かが決まる閾値周辺のユニットがほぼランダム (as good as random) にあること

<sup>1)</sup> このような割当メカニズム (assignment mechanism) が無作為配分 (random assignment)

<sup>2)</sup> 報告者注: 処置を「ラーメン二郎 (全増し)」、結果を「翌日の体重」とする。観察される平均因果効果は

$$ACE_{\text{Observed}} = E[Y(1)|T = 1] - E[Y(0)|T = 0]$$

である。ここで  $T$  は処置を受けたか否かを意味し、 $Y(1)$  はラーメン二郎 (全増し) を食べた時の翌日の体重、 $Y(0)$  はこんにやく 1kg を食べた時の翌日の体重を意味する。

もし、 $T$  が当てられるか否かが  $Y(0)$  と  $Y(1)$  と全く無関係 (独立) なら ( $\{Y(0), Y(1)\} \perp T$  と表記する)、

$$E[Y(1)|T = 1] = E[Y(1)|T = 0] = E[Y(1)]$$

$$E[Y(0)|T = 0] = E[Y(0)|T = 1] = E[Y(0)]$$

となる。したがって、 $ACE_{\text{Observed}}$  は  $E[Y(1)] - E[Y(0)]$  となり、これは前項の平均因果効果と一致する。つまり、無作為割当により潜在的な変数と処置有無が独立すると、平均因果効果は単純に「処置を受けた人の体重」から「処置を受けなかった人の体重」を引くことで計算できる (独立しないなら  $ACE_{\text{Observed}}$  はバイアスを含む)。

<sup>3)</sup> STUVA には非干渉性以外にも「処置に分散がない」という前提も含む。

## 2.1 例: 成績優秀証明、電子投票 (教科書第 3 章)

### 1. 成績優秀者証明書とキャリア

- 成績が 11 以上なら賞がもらえる。
- 5 点の学生と 17 点の学生には能力差がある (偶然の要因を除いても能力の差がある) が、10 点と 11 点を取った学生の間には能力の差がほぼない (偶然の要因が強い)。
- 11~12 点を取った学生の結果値は 25.1 だが、10~11 点の学生は 19.6。  
⇒ 5.5 ポイントの差 = 成績優秀者証明書の効果
- 10~11 と 11~12 の差分でいいか。9~11 と 11~13 の比較は?  
⇒ 閾値周辺の幅をどう設定するか

### 2. 電子投票

- 有権者が 40,500 人以上なら電子投票、未満なら紙
- 閾値周辺の幅は 5000 人
- 無効票の割合の差

## 2.2 閾値周辺の幅をどう設定するか

= 比較対象 (の範囲) をどう設定するか

- 幅 (bandwidth) の調整におけるトレードオフ  
⇒ 広い幅は  $N$  が大きくなり、精度が  $\uparrow$ <sup>4)</sup> ↔ 偶然以外の要因がより多く含まれ、bias $\uparrow$
  - 交差検証 (cross-validation) による調整 (Imbens and Lemieux 2007)  
↔ そもそもバイアスが未知; 複雑
- ⇒ 複数の幅を設定し、全部示す

## 2.3 RDD の不偏性

- RDD においてバイアスは常に存在 (Imbens and Lemieux 2007) (図 1 参照)
- 本書の立場: ネイマンモデルの仮定が満たされたら閾値周辺に分布するユニットの平均の差分は不偏推定量

## 2.4 モデリング

- 閾値周辺にユニットが少ない場合 → 検定力 (power) の低下
- 解決策として局所線形 or 多項式線形回帰分析

---

<sup>4)</sup> 一致推定量を意味するのではない。

- Design-based でなく、Model-based。データ生成過程 (DGP) を無視
- 無理に使う必要はない

## 2.5 ファジー RDD

- 2 種類の RDD
  - Sharp RDD(SRDD) 閾値を超えると処置を必ず受ける
  - Fuzzy RDD(FRDD) 閾値を超えると処置を受けることができる
- 閾値を超えるとユニットが処置を受けるがどうか選択できるため、内生性が存在
  - ⇒ 操作変数法

## 3 操作変数法のデザイン

### 3.1 Noncompliance の問題

Noncompliance 処置群に割り当てられたにもかかわらず、処置を拒否

表1 くじによって参加資格が与えられ、参加するかは自分で決める場合の4つの類型

		参加資格なし	
		参加	不参加
参加資格あり	参加	(1)Always-Treats	(2)Complier
	不参加	(3)Defier	(4)Never-Treats

注: Angrist&Pischke(2015) を参考に再構成

- 推定するパラメーターは
  1. Complier の割合
  2. 処置群内の complier の平均 outcome
  3. 統制群内の complier の平均 outcome
  4. 2 と 3 の差分 (= complier における ACE)
- 無作為配分によって Always-Treats と Never-Treats の ACE が 0 なら

$$ACE_{\text{complier}} = \frac{Y^T - Y^C}{X^T - X^C}$$

$Y^T$  処置群の平均 outcome

$Y^C$  統制群の平均 outcome

$X^T$  処置群内で処置を受けたユニットの割合

$X^C$  統制群内で処置を受けたユニットの割合<sup>5)</sup>

<sup>5)</sup>  $X^T - X^C$  は complier の割合 (Appendix 5.1)

### 3.2 例: 兵役の効果 (教科書 p.95)

		徴兵対象外	
		入隊	入隊拒否 or 不可
徴兵 対象	入隊	(1)Always-Treats 0.1468	(2)Complier 0.1363
	入隊拒否 or 不可	(3)Defier 0.0000	(4)Never-Treats 0.7169

- Complier における入隊が年収へ与えるの効果 (USD)

$$ACE = \frac{15,813.93 - 16,172.25}{0.2831 - 0.1468} = -2,628.91$$

$$X^T \text{ 徴兵対象\&入隊} = 0.1468 + 0.1363 = 0.2831$$

$$X^C \text{ 徴兵対象外\&志願入隊} = 0.1468$$

### 3.3 No-Defiers の仮定

- これまでの議論では表 1 の (3)Defier が存在しないと仮定
- Defier がいると、complier の ACE の推定が困難
- 多くの文脈において no-defiers の仮定は妥当であるが、一定数存在すると結果にバイアス

### 3.4 FRDD と IV

- FRDD において閾値を超えることを IV の「くじ」に置き換えると、FRDD = IV

### 3.5 線形回帰分析による complier の ACE の推定

- $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$
- $X_i$  と  $\varepsilon_i$  が独立していない<sup>6)</sup>と  $\beta$  はバイアスを含む。
- $X_i$  と相関し、 $\varepsilon_i$  と独立する操作変数  $Z_i$  を見つけると IV 最小二乗法の  $\hat{\beta}_{IVLS}$  は
 
$$\hat{\beta}_{IVLS} = \frac{\text{Cov}(Z_i, Y_i)}{\text{Cov}(Z_i, X_i)}$$
- これは  $Y_i = \alpha + \beta Z_i + \varepsilon_i$  の  $\beta$ <sup>7)</sup>を  $X_i = \pi + \gamma Z_i + v_i$  の  $\gamma$ <sup>8)</sup>で割った結果と一致
- $\hat{\beta}_{IVLS} = \frac{\text{Cov}(Z_i, Y_i)}{\text{Cov}(Z_i, X_i)} = \frac{Y^T - Y^C}{X^T - X^C}$ <sup>9)</sup>

<sup>6)</sup>  $\varepsilon_i$  は「残差 (residual)」でなく「誤差 (error)」である。回帰分析を行って得られた「残差」は必ず独立変数 (説明変数) との共分散が 0 になる。

<sup>7)</sup>  $\beta = \frac{\text{Cov}(Z_i, Y_i)}{\text{Var}(Z_i)}$

<sup>8)</sup>  $\gamma = \frac{\text{Cov}(Z_i, X_i)}{\text{Var}(Z_i)}$

<sup>9)</sup> 証明は Freedman(2006, pp.706-708) を参照

## 4 結論

- Potential outcomes を考慮した ACE を推定するためには… → 実験デザイン
- 実験・自然実験が不可能な場合は potential outcomes が観察不可能となり、単純な差分で因果効果を推定できない。  
⇒ 複数のユニットを用い、無作為抽出 (を用いた無作為配分) で解決  
⇒ (できないなら、) 交絡要因の調整が必要
- Design-based research の重要性
- 残された課題: 得られた結果の不確実性 (Bias & Error) → 次章へ

## コメント

- 因果推論のための仮定に関する説明が足りない (古い)。一般的な randomizer を用いた実験設計なら問題ないが、自然実験において割当メカニズム (assignment mechanism) の特定は非常に重要である。記述的な説明を用いて割当が as-if random であることを示すよりも、近年の assignment mechanism のフレームワークを用いて説明すべきだろう。
- デザインで何でも乗り越えられるか

## 付録: 図

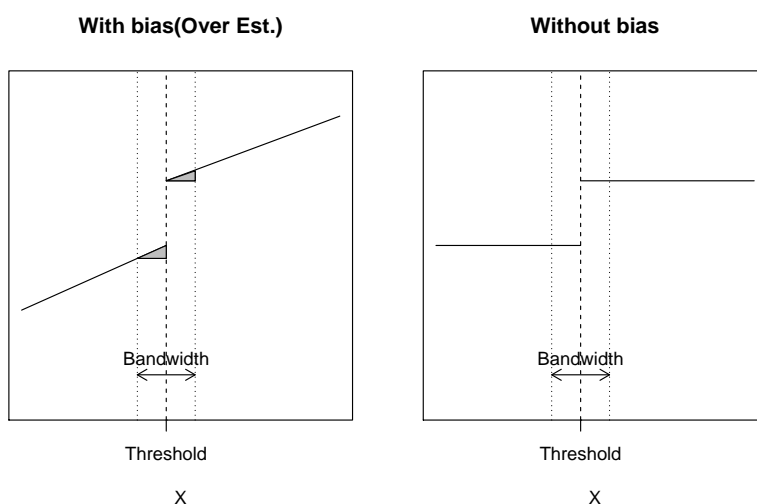


図1 RDDにおけるバイアス

左の図は bandwidth 内に  $X$  と outcome の間に関係があり、結果的に outcome の差分が過大評価される。しかし、右の図は bandwidth 内に  $X$  と outcome の間に何の関係もないためバイアスが存在しない。つまり、極端的に bandwidth が 0 の場合であっても、バイアスがないためには閾値における  $\frac{\partial Y}{\partial X} = 0$  である必要がある。